

COLEGIO NICOLÁS COPÉRNICO

MATEMÁTICA 5to C Y D

PROFESOR: Mgter. Ing. Gustavo Lazarte

e-mail: glazarte1@gmail.com

edmodo: Código jnjvc4

1. Visita: edmodo.com desde la computadora o el teléfono
2. Haz click sobre "Get Started as a Student"
3. Sigue las instrucciones en la pantalla. Usa el código de la clase.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Operaciones con polinomios

Multiplicación o producto de un polinomio por una constante: Si $p(x)$ es un polinomio y k es una constante, el producto $k.p(x)$ es otro polinomio cuyos coeficientes se obtienen de multiplicar la constante k por todos los coeficientes de $p(x)$.

Ejemplo: $p(x) = 3x^3 - 5x^2 + x$, entonces:

- a) $-3.p(x) = -3.(3x^3 - 5x^2 + x) = -9x^3 + 15x^2 - 3x$
- b) $-p(x) = -1.(3x^3 - 5x^2 + x) = -3x^3 + 5x^2 - x$
- c) $2.p(x) = 2.(3x^3 - 5x^2 + x) = 6x^3 - 10x^2 + 2x$

Multiplicación o producto de dos polinomios: se obtiene multiplicando cada término de uno de ellos por todos los términos del otro, luego se suman los monomios semejantes. El grado del producto de dos polinomios es igual a la suma de sus grados.

Es importante recordar las siguientes propiedades:

- 1) distributiva del producto con respecto a la suma:
 $x^n(a+b) = ax^n + bx^n$
- 2) producto de potencia de igual bases: $x^n.x^m = x^{n+m}$

Ejemplo: determinar $p(x).q(x)$ con:

$$p(x) = 8x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 1$$

$$q(x) = 3x^2 + 2$$

Solución:

El producto $p(x) \cdot q(x)$ es otro polinomio que llamamos $m(x)$ y es:

$$\begin{aligned}m(x) &= p(x) \cdot q(x) = (8x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 1) \cdot (3x^2 + 2) = \\&= (8x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 1) \cdot 3x^2 + (8x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 1) \cdot 2 = \\&= 24x^6 - 12x^5 + 30x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 16x^4 - 8x^3 + 20x^2 + 4x - 2 = \\&= 24x^6 - 12x^5 + 46x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 4x - 2\end{aligned}$$

$$m(x) = p(x) \cdot q(x) = 24x^6 - 12x^5 + 46x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 4x - 2$$

Cuadrado de un binomio: $(a+b)^2$

$$\text{Se verifica que: } (a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

La expresión $(a^2 + 2ab + b^2)$ se denomina "trinomio cuadrado perfecto"

Ejemplo: calcular $(x+3)^2$

Solución

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

Cubo de un binomio: $(a+b)^3$

$$\begin{aligned}\text{Se verifica que: } (a+b)^3 &= (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2 (a+b) = \\&= (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

La expresión $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$ se denomina "cuatrinomio cubo perfecto"

Ejemplo: calcular $(x-2)^3$

Solución

$$(x-2)^3 = [x+(-2)]^3 = x^3 + 3x^2(-2) + 3x(-2)^2 + (-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

Ejercitación

1) Realizar las siguientes operaciones entre los polinomios:

$$p(x) = -2x^2 + 5x - 4 \text{ y } q(x) = 4x^3 - x^2$$

a) $m(x) = p(x) \cdot q(x)$

b) $n(x) = 2 \cdot p(x)$

c) $t(x) = -3 \cdot q(x)$

d) $o(x) = 4 \cdot n(x) - 2 \cdot t(x)$

e) $r(x) = 2 \cdot m(x) + 3 \cdot n(x)$

f) $h(x) = q(x) \cdot q(x)$

g) $s(x) = -3 \cdot h(x) - 2 \cdot p(x)$

2) Calcular:

a) $a(x) = (2x^2 - 4)^2$

b) $b(x) = (x^3 - 3x)^3$

c) $c(x) = (x - 1)^2$

d) $d(x) = (x + 1)^3$

e) $e(x) = (2x^2 - 3x)^2$

f) $f(x) = (x - y)^2 - (x + y)^2$

3) Indicar si los siguientes polinomios son cuadrado o cubo perfectos:

Polinomio	Es o no "Cuadrado o Cubo perfecto"? Responder con SI o NO
$x^2 + 6x + 9$	
$x^4 - 10x^3 + 25x^2$	
$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$	
$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$	
$x^2 - 6x + 9$	
$x^3 - 6x^2 + 12x + 8$	

Nota: las operaciones entre polinomios pueden ser verificadas con:

- 1) <https://es.symbolab.com/solver/algebra-calculator>
- 2) Desde el celular: Photomath

Bibliografía de consulta

- 1) Suma y Resta de Polinomios:
<https://www.youtube.com/watch?v=Yng9FbUK2MY>
- 2) Multiplicación de polinomios: <https://www.youtube.com/watch?v=Y7rvipk5NO4>
- 3) Expresiones algebraicas enteras:
<https://maticaparaestudiantes.net/p/101-expresiones-algebraicas-enteras>