UNIDAD 1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

MATEMÁTICA 5º AÑO F

PROFESOR: VILLAGRA JOSÉ

EMAIL: josemvillagra@yahoo.com.ar **(enviar consultas y el T.P. para su corrección)**

EXPRESIONES ALGEBRAICAS **¿Qué son?**

Una expresión algebraica es un conjunto de números y letras unidos entre sí por las operaciones de sumar, restar, multiplicar, dividir y por paréntesis. Por ejemplo: $3+2\cdot x^2-x$ o $x\cdot y-32\cdot(x\cdot y^2-y)$

Las letras representan valores que no conocemos y podemos considerarlas como la generalización de un número. Las llamaremos variables.

¿Cómo las obtenemos?

Pretendemos transformar un enunciado, donde hay uno o varios valores que no conocemos, en una expresión algebraica.

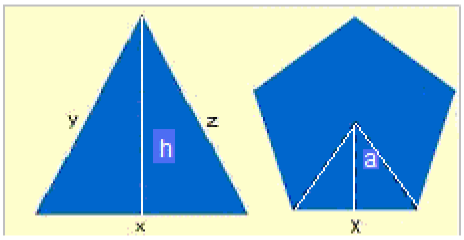
Cada uno de los valores (variables) que no conocemos lo representaremos por una letra diferente.

Ejemplos:

El perímetro del triángulo es x+y+z

El área del triángulo es $\frac{x\cdot h}{2}$

El perímetro del pentágono 5 x



Valor numérico

Si en una expresión algebraica sustituimos las letras (variables) por números, lo que tendremos será una expresión numérica. El resultado de esta expresión es lo que llamamos valor numérico de la expresión algebraica para esos valores de las variables.

Es importante que tengas en cuenta la prioridad de las operaciones

1. Potencias 2. Productos y cocientes 3. Sumas y restas

ACTIVIDADES

1. Llamando n a un número cualquiera, traduce a lenguaje algebraico los siguientes enunciados:
   a) La mitad de n.
   b) La mitad de n menos cuatro unidades.
   c) La mitad del resultado de restarle cuatro unidades a n.
   d) El doble del resultado de sumarle tres unidades a n.

2. Utiliza el lenguaje algebraico para expresar:
   a) Un múltiplo cualquiera de cinco.
   b) Un múltiplo cualquiera de dos.
   c) Cualquier número que no sea múltiplo de dos.
   d) Cualquier número que deje un resto de tres unidades al dividirlo entre cinco.

3. Determina el valor numérico de las siguientes expresiones:

a.	$5x - 2y$	x= -7 y= -12
b.	$ax + bx$	a= -9 b= -3 x= 2
c.	$4a - 5b$	a= -9 b= -5
d.	$x^3 + y^3$	x= -3 y= -2
e.	$a^2 + ab + b^2$	a= -5 b= -2
f.	$x^2y - xy^2$	x= -1 y= -1
g.	$x^2 -3x + 2$	x= -3
h.	$2a^2b - ab^2$	a= -2 b= 3

Monomios ¿Qué son?

Un monomio es una expresión algebraica formada por el producto de un número y una o más variables. Al número lo llamaremos <u>coeficiente</u> y al conjunto de las variables, <u>literal</u>.
Llamaremos <u>grado</u> del monomio a la suma de los exponentes de su parte literal. Y <u>grado respecto de una variable</u>, al exponente de esa variable.
Dos **monomios son semejantes** si sus literales son iguales. Por ejemplo:

$3x^2$ es semejante a $-8x^2$ $\qquad$ $7c$ no es semejante a $5c^3$

Dos **monomios son opuestos** si son semejantes y sus coeficientes son opuestos. Por ejemplo:

$5x^2$ es opuesto a $-5x^2$ $\qquad$ $-3c$ no es opuesto a $3c^2$

<u>Operaciones con monomios</u>

Los monomios semejantes se pueden **sumar o restar**, sólo hay que sumar o restar los coeficientes y dejar la misma parte literal.

$$2ab - 5ab = -3ab$$

Si los términos no son semejantes, la suma o la resta se deja indicada: $7x + 4y$

Para **multiplicar** monomios calculamos el producto de los coeficientes y de la parte literal. Si las potencias son de la misma base, sumamos los exponentes.

$$(-4b^5c) \cdot (-2b) = 8b^6c$$

Para **dividir** monomios calculamos el cociente de los coeficientes y el de la parte literal. Si las potencias son de la misma base, restamos los exponentes:

$$(5x^4) : (-2x^2) = -2{,}5x^2$$

<u>ACTIVIDADES</u>

4. Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios:

a) $5x^2$ $\quad$ b) $\frac{5}{6}x$ $\quad$ c) $-7xy$ $\quad$ d) a^5 $\quad$ e) a^2b^4 $\quad$ f) $-\frac{1}{2}a^3b^3$

5. Resuelve las siguientes sumas y restas

a) $3x + 2x + x$ $\quad$ b) $5x^2 + 2x^2$ $\quad$ c) $3x - 5 + 2x + 4$ $\quad$ d) $x^2 + x + x^2 + x$

e) $3x^2 - x^2 + 5 - 7$ $\quad$ f) $3x + x^2 - 2x - x^2 + 3$

6. Suprime paréntesis y resuelve:

1) $(a + b) + (a - b)$ $\qquad$ 2) $(x + y) - (x - y)$
3) $2a - (2a - 3b) + b$ $\qquad$ 4) $4 - (2a + 3) + (4a + 5) - (7 - 3a)$
5) $12 + (-5x + 1) - (-2x + 7) - 3x - (-6)$
6) $(-2x^2 + 3y - 5) + (-8x^2 - 4y + 7) - (-9x^2 + 6y - 3)$
7) $3x + 2y - [x - (x - y)]$ $\qquad$ 8) $2m - 3n - [-2m + n - (m - n)]$
9) $-(a + b - c) - (-a - b - c) + (a - b + c)$
10) $[-(x^2 - y^2) + 2x^2 - 3y^2 - (x^2 - 2x^2 - 3y^2)]$
11) $-[-(a - 2b) - (a + 2b) - (-a + 3b)]$
12) $3x + 2y - \{2x - [3x - (2y - 3x) - 2x] - y\}$
13) $3y - 2z - 3x - \{x - [y - (z + x)] - 2x\}$
14) $15 - \{(6a^3 + 3) - (2a^3 - 3b) + 9b\}$
15) 15) $16a + \{-7 - (4a^2 - 1)\} - \{-(5a + 1) + (-2a^2 + 9) - 6a\}$

Polinomios ¿Qué son?

La suma de varios monomios no semejantes es un polinomio, el conjunto de los polinomios está formado por monomios o sumas de monomios no semejantes. Si uno de los monomios no tiene parte literal, se le llama <u>término independiente</u>. El mayor grado de todos sus monomios, es el <u>grado</u> del polinomio.

Nombramos los polinomios con una letra mayúscula y entre paréntesis las variables que lo integran, pero en general trabajaremos con una sola variable.

Es importante que sepas identificar los coeficientes de un polinomio según su grado, si $P(x)=x^3+2x-4$, su grado es 3 y su coeficiente de grado tres es 1, su coeficiente de grado uno es 2 y el término independiente o coeficiente de grado cero es -4, siendo el grado del polinomio 3 y 1 su coeficiente principal (aquel que acompaña al mayor exponente de la variable).

<u>Sumar y restar polinomios</u>

Para sumar o restar dos polinomios, operamos sus monomios semejantes. Si no los tienen, dejamos la operación indicada.

Así, si $P(x)=3x^2+4x$ y $Q(x)=4x-1$,

$$P(x) + Q(x) = [3x^2+4x] + [4x-1]$$
$$= 3x^2+8x-1$$
$$P(x) - Q(x) = [3x^2+4x]-[4x-1]$$
$$=3x^2+1$$

<u>Polinomios opuestos</u>

Dos polinomios son opuestos si al sumarlos todos sus términos se anulan.

Así, si $P(x)= 3x^2 + 4$ y $Q(x)= -3x^2 - 4$, entonces: $P(x)+Q(x)=[3x^2+4]+[-3x^2-4]=$ $=3x^2+4-3x^2-4=0$, Q(x) es el opuesto de P(x).

Para conseguir el polinomio opuesto de P(x), sólo tenemos que cambiar los signos de sus coeficientes. Lo representaremos por -P(x).

<u>Multiplicar un polinomio por un monomio</u>

Se debe aplicar la propiedad distributiva, es decir cada término del polinomio debe ser multiplicado por el monomio. Ejemplo: $(4a - 5b) . 3a = 4a. 3a – 5b. 3a$

$$= 12 a^2- 15 ba$$

<u>ACTIVIDADES</u>

7. Encierra la opción correcta, indicando su procedimiento:

1) $2b – [b - (b - 2b)] =$

a) 2b b) 3b c) 4b d) 6b e) 0

2) $(a – 2b)^2 – (b – 2a)^2$

a) $5a^2 – 3b^2$ b) $5a^2 + 3b^2$ c) $-3a^2 – 3b^2$ d) $5a^2 – 8ab + 3b^2$ e) $-3a^2 + 3b^2$

3) Si $a – 14 = 3a – 2$, entonces $a^2 – a =$

a) 12 b) 30 c) 42 d) 56 e) 72

4) Si al área de un cuadrado de lado (a+b) se le resta el área de un rectángulo de lados: (a+b) y (a-b), se obtiene:

a) $2ab + 2b^2$ b) 2ab c) $a^2 + 2ab$ d) $a^2 + 2ab + 2b^2$ e) $2b^2$

5) El enunciado: “al doble de A le faltan B unidades para completar quince”, se expresa mediante:

a) 2A – B = 15 b) 2A + 15 = B c) 2A + B = 15 d) 2AB = 15 e) $\frac{2A}{B} = 15$

6) ¿Cuánto se le debe restar a la expresión: x + 2y para obtener 2x – y?

a)3x + y b) –x + 3y c) x – 3y d) 3x – 3y e) 3x – y

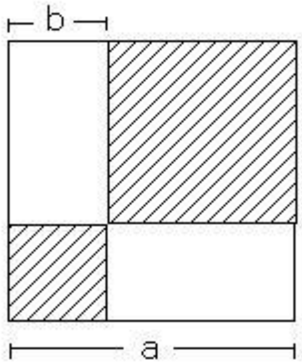
7) Si a – b = 5, entonces $a^2 - 2ab + b^2$ =

a) 10 b) 20 c) 25 d) 40 e) Falta información

8) En un rectángulo, el largo mide 2 cm. Más que el triple del ancho. Si el ancho mide x, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al perímetro del rectángulo?

a) $3x^2 - 2x$ b) 4x + 2 c) 4x – 2 d) 8x – 4 e) 8x + 4

9) Los cuadriláteros sombreados de la figura corresponden a cuadrado.
¿Cuál(es) de las siguientes expresiones corresponde(n) al área de la figura sombreada?



I. $(a-b)^2+b^2$
II. $a^2-2ab+2b^2$
III. $a^2 - 2b(a-b)$

a) Solo I b) Solo II c) Solo I y II
d) Solo I y III e) I, II y III

10) Si a la expresión $12x^2 - xy - 4y^2$, se le resta la expresión $-3y^2 + 12xy + 4x^2$ se obtiene:

a) $16x^2 + xy - y^2$ b) $8x^2 - 13xy + y^2$ c) $8x^2 - 13xy - y^2$
d) $8x^2 - 13xy - 7y^2$ e) Ninguna es correcta

11) El resultado de la multiplicación $-2x^3y(3x^2y^3 - 5xy^2)$ es:

a) $6x^5y^4 - 10x^4y^3$ b) $5x^5y^4 - 10x^4y^3$ c) $-6x^5y^4 - 10x^4y^3$
d) $-6x^5y^4 + 10x^4y^3$

12) Al desarrollar $(x-y)^2 - (x+y)^2$

a) -4xy b) 0 c) $4y^2$ d) 4xy e) $2x^2 + 2y^2$

8. Resuelve las siguientes sumas y restas:

a) Hallar: P(x) + Q(x) + R(x)

$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 8x + 2$
$Q(x) = -x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 8x$
$R(x) = -6x^3 - x^2 + 5x - 9$

b) Hallar: M(x) + N(x) + A(x)

$M(x) = 8x^3 + 2x^2 - x + 1$
$N(x) = 5x^3 - 2x + 6$
$A(x) = 2x^2 + 7x - 8$

c) Hallar : H(x) - B(x)

d) Hallar: U(x) - T(x)

$B(x) = 3x^2 - 5x + \frac{1}{2}$

$H(x) = 5x^2 - 2x + 3$

$U(x) = -3 - \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}x^2 - x^3$

$T(x) = 6x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{4}{5}x^4$